

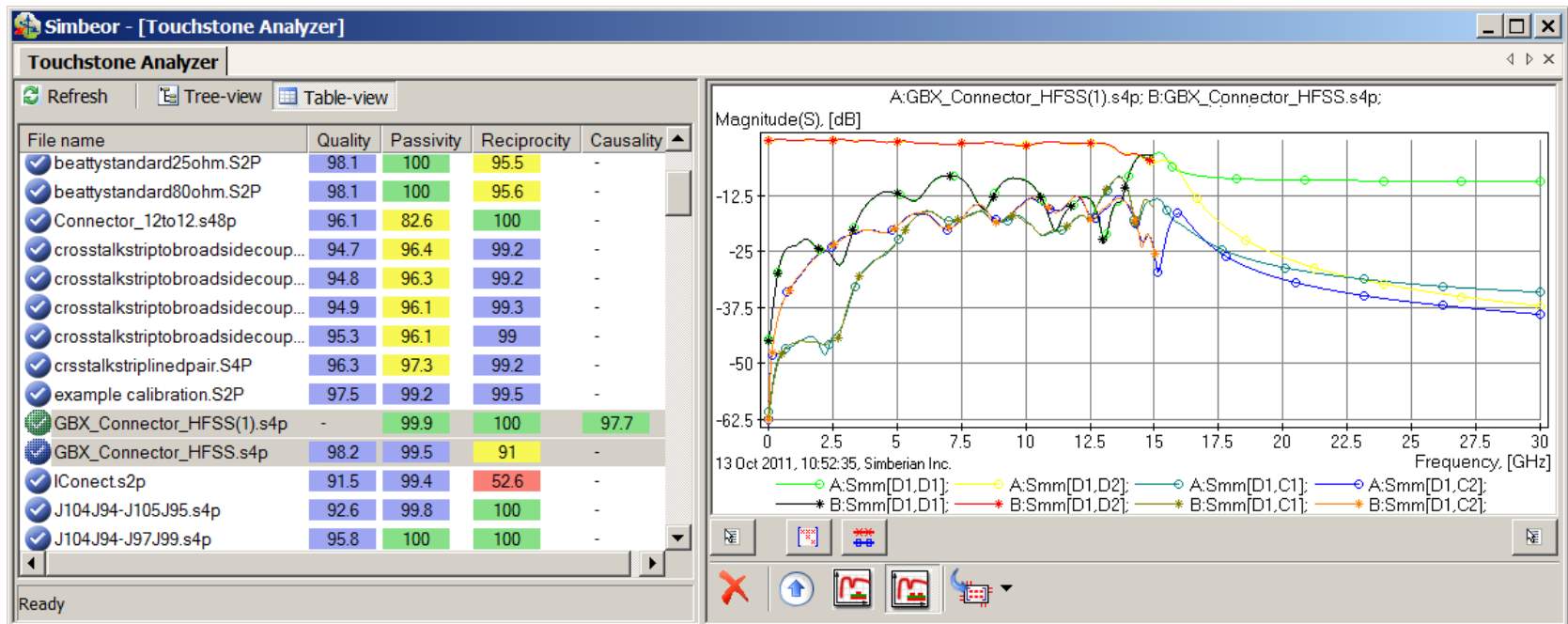
# Sパラメータモデルの品質

Asian IBIS Summit, Yokohama, November 18, 2011

Yuriy Shlepnev

[shlepnev@simberian.com](mailto:shlepnev@simberian.com)

Translated by A. Noda, [anoda@signalkhobho.com](mailto:anoda@signalkhobho.com)



# 概要

---

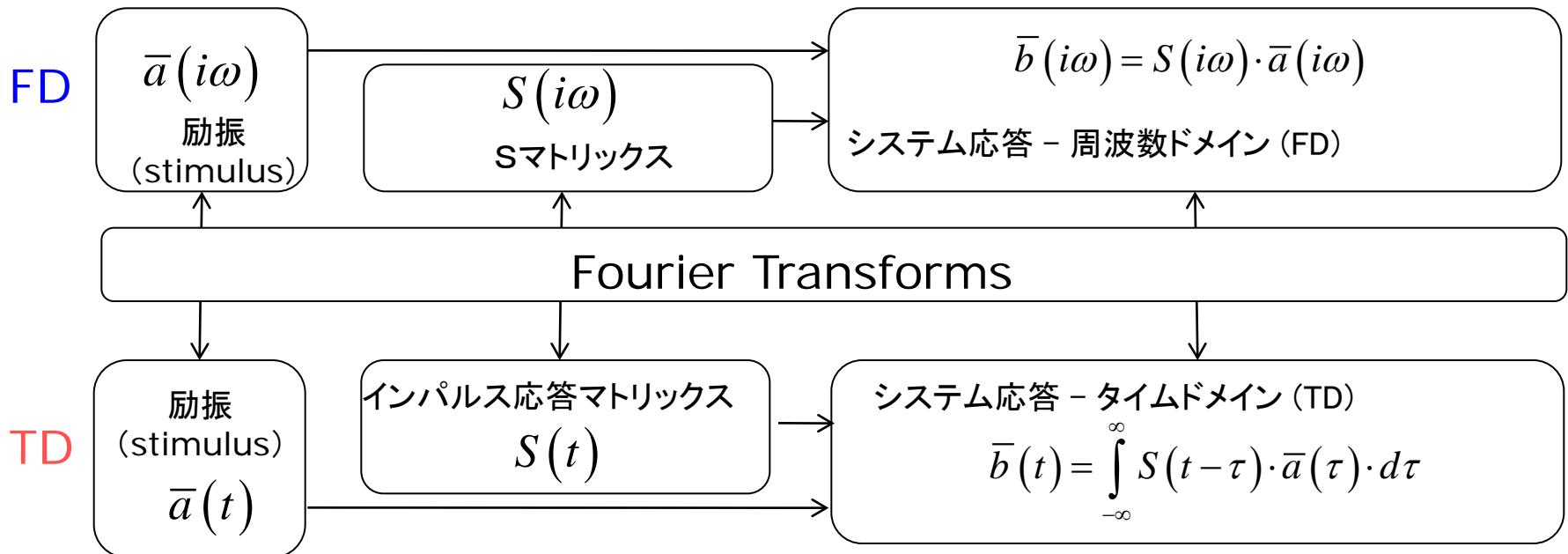
- はじめに
- 周波数とタイムドメインにおけるSパラメータ
- 周波数ドメインのSパラメータの制約条件
- Reciprocity (可逆性), Passivity (受動性), Causality (因果性) における品質基準
- 有理関数近似と最終的な品質基準
- まとめ
- 連絡先とリソース

# Sパラメータモデル

- Sパラメータモデルは数ギガビットのインターコネクト設計のユビキタスになりつつあります
  - コネクタ、ケーブル、基板、パッケージ、バックプレーンなど全てのLTIシステムはDCから光の周波数(daylight)までのSパラメータで表現できます
- 電磁界解析や測定ではSパラメータTouchstoneモデルが使用されています
- かなりの確率でそれらのモデルは下の問題を抱えています：
  - Reciprocity (可逆性)の逸脱(violations)
  - Passivity (受動性)と Causality(因果性)の逸脱
  - 一般的な誤差
- **そしてそれらのモデルは別々のソルバーで周波数ドメイン、タイムドメインの両方で異なった応答結果が出てしまう場合があります**

# システム応答の計算はDCから無限大までの連続したSパラメータ情報が必要です

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot e^{-i\omega t} \cdot dt, \quad S(i\omega) \in \mathbb{C}^{N \times N}$$



$$S(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(i\omega) \cdot e^{i\omega t} \cdot d\omega, \quad S(t) \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

# 離散 ( discrete ) モデルで可能な近似

- 離散フーリエ変換(DFT) と畳み込み積分
- この方法は、次に書いてある有理関数近似の方法に比べ、計算速度が遅く、その上、Sパラメータで記述されたモデルを使うには、その前処理として、内挿や外挿といった近似が必要になります(その近似をすると制御不能なエラーが生じる可能性まであります)
- 有理関数により近似された離散Sパラメータ(RMSエラー)
  - 正確性は定義された周波数帯域のみ担保されます
  - 連続した周波数の因果性の関数は解析的なインパルス応答から得られたDCから無限大のデータで定義されます
  - 高速再帰畳み込み積分のアルゴリズムがタイムドメイン応答で使用されます
  - 結果の一貫性は周波数とタイムドメインの両方で担保されます
- すべての実存のTouchstoneモデルが上の2つに適用できるわけではありません

# 一般的なSパラメータの欠陥

- モデルの **狭い帯域**
  - Sパラメータモデルはソルバーや測定装置の能力の問題から帯域が制限されています
  - モデルにはDCデータが含まれているか外挿が許されるべきで、高周波は信号のスペクトラムで定義されるべきです
- モデルの **離散性**
  - Touchstoneモデルは有限な周波数の行列要素です
  - 行列要素の近似あるいは内挿は時間、周波数ドメイン解析の両方で必要になる可能性があります
- モデルの **誤差 (distortions)**
  - 測定やシミュレーションに由来するもの
  - Passivity (受動性) の逸脱と局所的な“強制”
  - Causality (因果性) の逸脱と“強制”
- モデル作成者やユーザーによる人為的ミス
- **どうやってモデルの品質レベルを評価するのか？**

# LTI(線形時不変)システムのCausality因果性 (TD & FD)

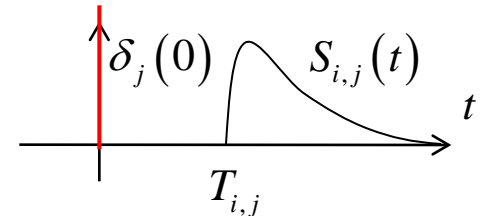
- タイムドメインにおいては以下の条件の時、因果性があると言えます：

全ての要素が

$$S_{i,j}(t) = 0 \text{ at } t < 0$$

遅延された因果性が：(インターコネクトの場合)

$$S_{i,j}(t) = 0 \text{ at } t < T_{i,j}, T_{i,j} > 0$$



- この関係からは周波数ドメインでのKramers-Kronigの関係を導けます：

$$S(i\omega) = \frac{1}{i\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(i\omega')}{\omega - \omega'} \cdot d\omega', \quad PV = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \int_{-\infty}^{\omega - \epsilon} + \int_{\omega + \epsilon}^{\infty} \right)$$

$$S_r(\omega) = \frac{1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_i(\omega')}{\omega - \omega'} \cdot d\omega', \quad S_i(\omega) = \frac{-1}{\pi} PV \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_r(\omega')}{\omega - \omega'} \cdot d\omega'$$

Kramers, H.A., Nature, v 117, 1926 p. 775..

Kronig, R. de L., J. Opt. Soc. Am. N12, 1926, p 547.

derivation

$$S(t) = \text{sign}(t) \cdot S(t),$$

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} -1, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ \longleftarrow \\ \longrightarrow \\ \downarrow \end{array}$$

$$S(i\omega) = F\{S(t)\} =$$

$$= \frac{1}{2\pi} F\{\text{sign}(t)\} * F\{S(t)\}$$

$$F\{\text{sign}(t)\} = \frac{2}{i\omega}$$

# Causality (因果性) の評価 – 難度の高い方法

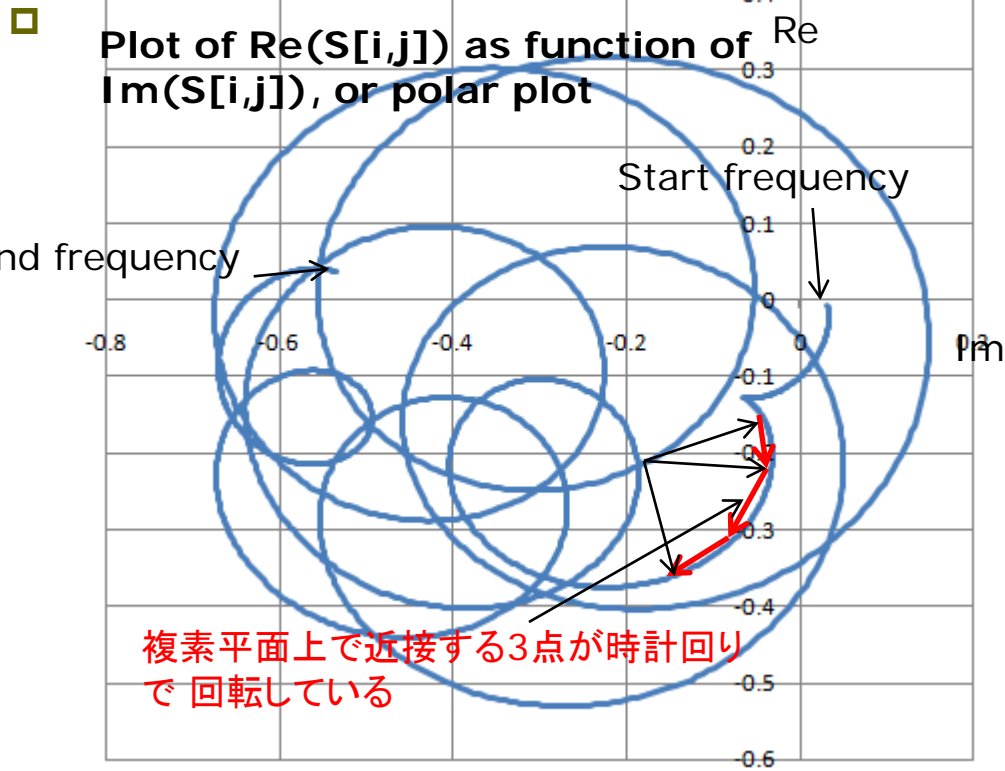
- 周波数ドメイン応答がいくつかの箇所で帯域に制限がある場合 Kramers-Kronig の関係は直接 Causality (因果性) の評価には使えません
- 因果性境界値は帯域の制限された行列要素モデルのデータセットを評価するために導入されます
  - Milton, G.W., Eyre, D.J. and Mantese, J.V., *Finite Frequency Range Kramers Kronig Relations: Bounds on the Dispersion*, Phys. Rev. Lett. 79, 1997, p. 3062-3064
  - Triverio, P. Grivet-Talocia S., *Robust Causality Characterization via Generalized Dispersion Relations*, IEEE Trans. on Adv. Packaging, N 3, 2008, p. 579-593.

もしテストにパスしても、帯域の制限による多く未知の問題が残ります



# Causality (因果性) の評価 - 簡単な方法

- “Heuristic” 法 (必ず正しい答えが導けるわけではないですが、ある程度のレベルで正解に近い解を得ることが出来る方法) は、因果性の評価方法の1つで、極座標上で因果性のあるシステムはほとんどが時計回りに回転していることを観測する方法です ( V. Dmitriev-Zdorov の提案)



因果性の評価 (CM) は時計回りのデータが全体の何%かで評価します

もしこの値が80%以下である場合は、因果性の逸脱の可能性があると見なします

このアルゴリズムは数式的モデルにはよく合うが、測定されたデータのノイズのために合わない場合があります

# タイムドメインにおける安定性と受動性

- もし全ての有界な入力に対し出力が有界ならばシステムは安定と見なされます

$$|a(t)| < K \Rightarrow |b(t)| < M, \forall t \quad (\text{BIBO})$$

- もしマルチポートがすべての可能性のある入射、反射波に対してエネルギーを

$$E(t) = \int_{-\infty}^t [\bar{a}^t(\tau) \cdot \bar{a}(\tau) - \bar{b}^t(\tau) \cdot \bar{b}(\tau)] \cdot d\tau \geq 0, \forall t \quad (\text{エネルギーを発生しない})$$

発生しないならマルチポートネットワークは受動性と言えます

- 上の定義に従ってシステムが受動性があれば因果性も保たれています

$$\bar{a}(t) = 0, \forall t < t_0 \Rightarrow \int_{-\infty}^t [\bar{b}^t(\tau) \cdot \bar{b}(\tau)] \cdot d\tau \leq 0 \Rightarrow \bar{b}(t) = 0, \forall t < t_0$$

- したがって、受動性のチェックはインターコネクトシステムに必須です

P. Triverio S. Grivet-Talocia, M.S. Nakhla, F.G. Canavero, R. Achar, Stability, Causality, and Passivity in Electrical Interconnect Models, IEEE Trans. on Advanced Packaging, vol. 30. 2007, N4, p. 795-808.

# 周波数ドメインにおける受動性

- マルチポート回路に流入する電力は、入射電力と反射電力の差です：

$$P_{in} = \sum_{n=1}^N |a_n|^2 - |b_n|^2 = [\bar{a}^* \cdot \bar{a} - \bar{b}^* \cdot \bar{b}]$$

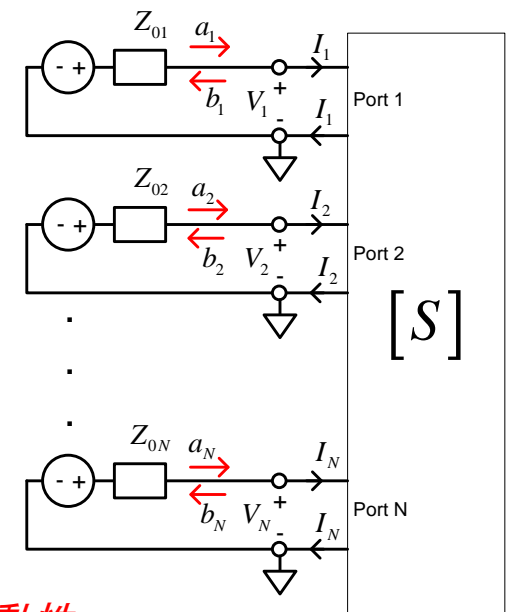
$$P_{in} = \bar{a}^* \cdot \bar{a} - \bar{a}^* \cdot S^* S \cdot \bar{a} = \bar{a}^* \cdot [U - S^* S] \cdot \bar{a}$$

- もしマトリックスの固有値が負でないなら、

その2次形式 (Quadratic form) も負ではありません：

$$\text{eigenvals}[U - S^* \cdot S] \geq 0 \quad \rightarrow \quad \text{eigenvals}[S^* \cdot S] \leq 1$$

( $U$  は単位マトリックス)



もしDCから無限大周波数まで以上の条件がクリアされれば、受動性は保証されます(離散化されたTouchstoneデータでは不可能ですが)

# インターコネクต์にとっての良いTouchstoneモデル

- 信号のスペクトラムに整合した十分な帯域を持つこと
- 共振点を再現するためには十分なサンプリングが必須です
- 線形可逆な材料が必須です

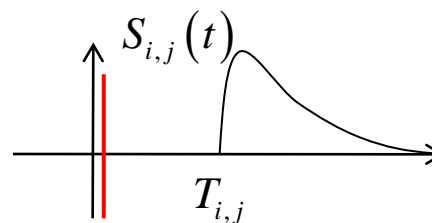
$$S_{i,j} = S_{j,i} \text{ or } S = S^t$$

- 受動部品であることが必須です

$$P_{in} = \bar{a}^* \cdot [U - S^* S] \cdot \bar{a} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \text{eigenvals}[S^* \cdot S] \leq 1 \quad \text{DCから無限大まで !}$$

- 因果性のあるステップ応答/インパルス応答を持つこと  
(応答は全て励振の後に発生します)

$$S_{i,j}(t) = 0, \quad t < T_{ij}$$



# 品質基準(0-100%)が良いことの定義

DesignCon 2010のIBISフォーラムで初めて紹介しました

## □ 受動性 (Passivity) の品質評価 :

$$PQM = \max \left[ \frac{100}{N_{total}} \left( N_{total} - \sum_{n=1}^{N_{total}} PW_n \right), 0 \right] \% \quad PW_n = 0 \text{ if } PM_n < 1.00001; \text{ otherwise } PW_n = \frac{PM_n - 1.00001}{0.1}$$

99%以上であるべき

$$PM_n = \sqrt{\max \left[ \text{eigenvals} \left( S^*(f_n) \cdot S(f_n) \right) \right]}$$

## □ 可逆性 (Reciprocity) の品質評価 :

$$RQM = \max \left[ \frac{100}{N_{total}} \left( N_{total} - \sum_{n=1}^{N_{total}} RW_n \right), 0 \right] \% \quad RW_n = 0 \text{ if } RM_n < 10^{-6}; \text{ otherwise } RW_n = \frac{RM_n - 10^{-6}}{0.1}$$

99%以上であるべき

$$RM_n = \frac{1}{N_s} \sum_{i,j} |S_{i,j}(f_n) - S_{j,i}(f_n)|$$

## □ 因果性 (Causality) の品質評価 : 時計回りのデータが全体の何%かで評価します (数式モデルの場合は80%以上であるべき)

# 予備的な品質評価基準

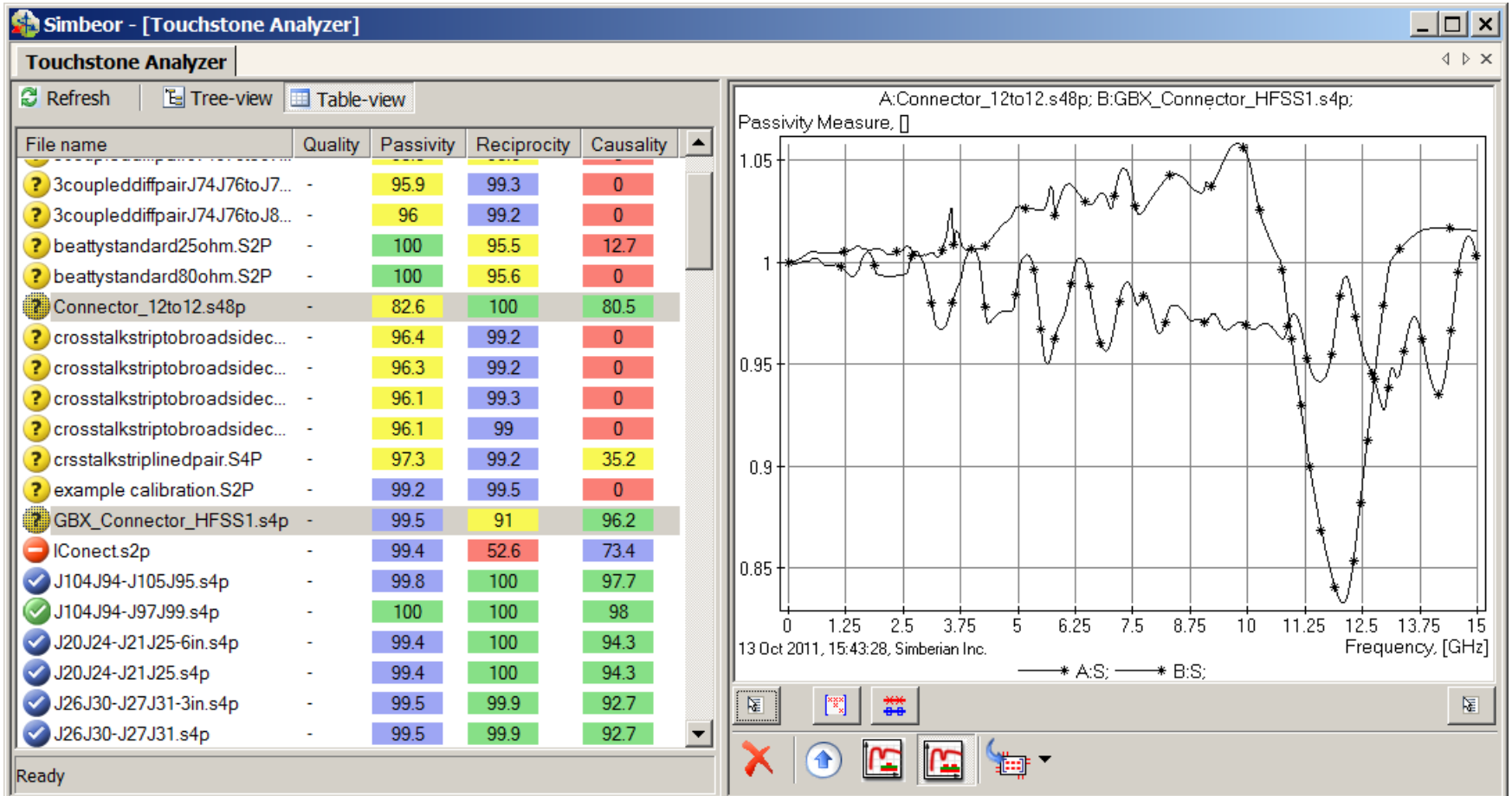
- 予備的なTouchstoneモデルの品質は受動性 (Passivity), 可逆性 (Reciprocity), 因果性 (Causality) の基準で評価できません (PQM, RQM, CQM)

	良い	可	不明	悪い
Metric/Model Icon	✔ - good	✔ - acceptable	❓ - inconclusive	❌ - bad
受動性 Passivity	[100, 99.9]	(99.9, 99]	(99, 80]	(80, 0]
可逆性 Reciprocity	[100, 99.9]	(99.9, 99]	(99, 80]	(80, 0]
因果性 Causality	[100, 80]	(80, 50]	(50, 0]	-----

	受動性	可逆性	因果性
Color code	Passivity (PQM)	Reciprocity (RQM)	Causality (CQM)
良い Green – good	[99.9, 100]	[99.9, 100]	[80, 100]
可 Blue – acceptable	[99, 99.9)	[99, 99.9)	[50, 80)
結論でない Yellow – inconclusive	[80, 99)	[80, 99)	[20, 50)
悪い Red - bad	[0, 80)	[0, 80)	[0, 20)

# 予備的な品質評価の例

ほとんどのモデルで受動性と可逆性の逸脱が見られます  
高周波領域のノイズの影響でいくつかのモデルに因果性の悪いスコア見られます



# Sパラメータの連続周波数モデルとしての有理関数近似

$$\bar{b} = S \cdot \bar{a}, \quad S_{i,j} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0, k \neq j} \Rightarrow S_{i,j}(i\omega) = \left[ d_{ij} + \sum_{n=1}^{N_{ij}} \left( \frac{r_{ij,n}}{i\omega - p_{ij,n}} + \frac{r_{ij,n}^*}{i\omega - p_{ij,n}^*} \right) \right] \cdot e^{-s \cdot T_{ij}}$$

DCから無限大までの周波数で定義された連続関数

$s = i\omega$ ,  $d_{ij}$  – values at  $\infty$ ,  $N_{ij}$  – number of poles,

$r_{ij,n}$  – residues,  $p_{ij,n}$  – poles (real or complex),  $T_{ij}$  – optional delay

- (有理関数近似した)パルス応答は、解析的で、実数で、遅延因果的です:

$$S_{i,j}(t) = 0, \quad t < T_{ij}$$

$$S_{i,j}(t) = d_{ij} \delta(t - T_{ij}) + \sum_{n=1}^{N_{ij}} \left[ r_{ij,n} \cdot \exp(p_{ij,n} \cdot (t - T_{ij})) + r_{ij,n}^* \cdot \exp(p_{ij,n}^* \cdot (t - T_{ij})) \right], \quad t \geq T_{ij}$$

- 安定  $\text{Re}(p_{ij,n}) < 0$

- 受動性 if  $\text{eigenvals} [S(\omega) \cdot S^*(\omega)] \leq 1 \quad \forall \omega, \text{ from } 0 \text{ to } \infty$

- 可逆性 if  $S_{i,j}(\omega) = S_{j,i}(\omega)$

強制が必要な場合があります



# 有理関数近似の使い方

- 最速再帰畳み込み積分アルゴリズム (PWL「区分線形」信号用の正確なソリューション) を用いたチャネルのタイムドメイン応答の計算用
- Touchstoneモデルの行列要素データの品質改善
  - 受動性及び因果性の逸脱の修正
  - 受動性を担保した上での内挿、外挿
- 広帯域SPICEマクロモデルの生成
  - より小さなサイズのモデルで安定した解析
  - どんなソルバーでも一貫した周波数及びタイムドメイン解析ができます
- **元のモデルの品質評価**

# 最終的な品質評価

- 周波数連続なマクロモデルによるDCから無限大までの受動的な離散Sパラメータ近似の精度は次の式で示されます

$$RMSE = \max_{i,j} \left[ \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |S_{ij}(n) - S_{ij}(\omega_n)|^2} \right]$$

- これにより元のデータの品質評価が出来ます

$$Q = 100 \cdot \max(1 - RMSE, 0) \%$$

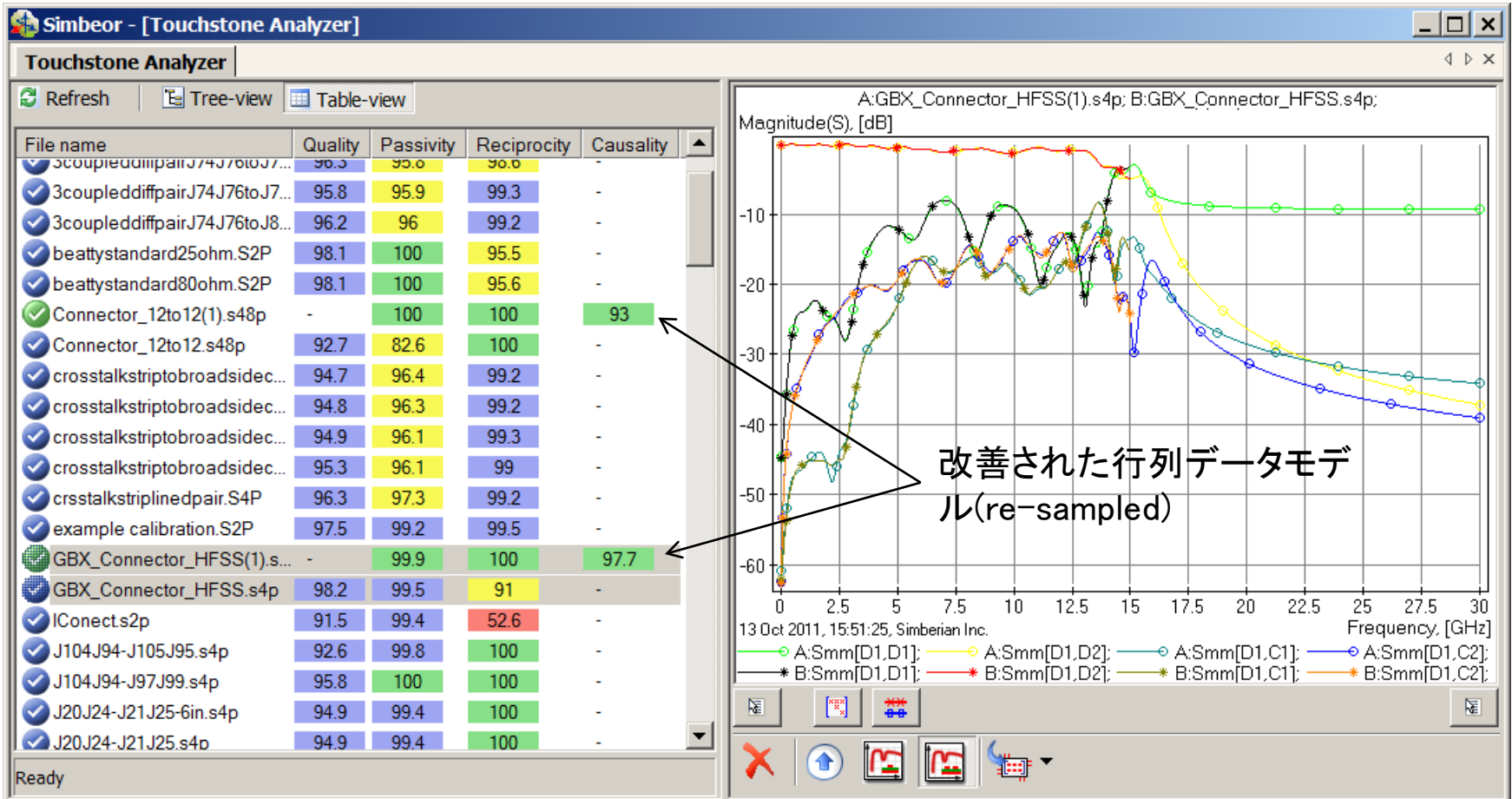
品質基準

	Model Icon/Quality	Quality Metric	RMSE
良い	✓ - good	[99, 100]	[0, 0.01]
可	✓ - acceptable	[90, 99)	(0.01, 0.1]
結論でない	? - inconclusive	[50, 90)	(0.1, 0.5]
悪い	✗ - bad	[0, 50)	> 0.5
不明	? - uncertain	[0,100], not passive or not reciprocal	

悪非湯堂性か非可逆性の可能性有

# 最終的な品質評価の例

全ての有理関数マクロモデルは受動的で、可逆性があり、因果性が確保され許容できる精度の行列データです(元のモデルの許容品質の確保)



# まとめ:どのようにしてSパラメータモデルの問題を避けるか？

- 予備解析としてReciprocity(可逆性), Passivity(受動性)とCausality(因果性)の品質評価を行います
  - RQM とPQMの基準は99%以上(許容レベル)
  - CQM は因果性のある数式モデルに関しては80%以上
- 有理関数モデルの精度を最終的な品質評価とします
  - QM は90%以上(許容レベル)
- **低いスコアのRQM,PQM,QMのデータは使わない!**
  - そうすべき主な理由は何をすべきかが判らないからです
- 品質基準にパスしたSパラメータモデルであってもシステムのシミュレーションでは使えない可能性があります
  - **理由は帯域、離散度、強制などが悪いことが考えられます**
- 一貫した周波数及びタイムドメイン解析を行うには有理関数か広帯域SPICEマクロモデルをTouchstoneモデルの代わりに使う必要があります

# 連絡先とリソース and resources

---

## □ Yuriy Shlepnev, Simberian Inc.

[shlepnev@simberian.com](mailto:shlepnev@simberian.com)

Tel: 206-409-2368 (米国)

## □ Sパラメータの品質についてもっと知りたい場合は下記のプレゼンテーションを見て下さい(リクエストがあれば差し上げます)

:

- Y. Shlepnev, Quality Metrics for S-parameter Models, DesignCon 2010 IBIS Summit, Santa Clara, February 4, 2010
- H. Barnes, Y. Shlepnev, J. Nadolny, T. Dagostino, S. McMorrow, Quality of High Frequency Measurements: Practical Examples, Theoretical Foundations, and Successful Techniques that Work Past the 40GHz Realm, DesignCon 2010, Santa Clara, February 1, 2010.
- E. Bogatin, B. Kirk, M. Jenkins, Y. Shlepnev, M. Steinberger, How to Avoid Butchering S-Parameters, DesignCon 2011
- Y. Shlepnev, Reflections on S-parameter quality, DesignCon 2011 IBIS Summit, Santa Clara, February 3, 2011